

Podstawy obliczeń inżynierskich 2 – projekt  
**Ćwiczenie 13 – Rury i zbiorniki**

### Wstęp teoretyczny

Szczególną klasą ustrojów spotykanych w inżynierii chemicznej i procesowej są osiowosymetryczne zbiorniki oraz rurociągi. W obliczeniach wytrzymałościowych zbiorników ciśnieniowych i rurociągów rozpatruje się dwa podstawowe typy tych ustrojów: zbiorniki/rury cienkościenne (powłoki) oraz zbiorniki/rury grubościenne. W przypadku zbiorników/rur cienkościennych (powłok) można zaniedbać naprężenia występujące w kierunku promieniowym, podczas gdy w zbiornikach/rurach grubościennych to założenie nie jest prawdziwe.

Związek między naprężeniami panującymi w powłoce, a jej kształtem, ciśnieniem działającym na powłokę opisuje równanie Laplace'a dla powłok. Równanie to opisuje błonowy stan naprężenia występujący w powłoce:

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_T}{\rho_T} = \frac{p_0}{\delta} \quad (1)$$

gdzie  $\sigma_p$  to naprężenie w kierunku południkowym,  $\rho_p$  to promień krzywizny w kierunku południkowym,  $\sigma_T$  to naprężenie w kierunku równoleżnikowym,  $\rho_M$  to promień krzywizny w kierunku równoleżnikowym,  $p_0$  to ciśnienie działające na powłokę, natomiast  $\delta$  to grubość powłoki. Wspomniane kierunki krzywizny to kierunki główne krzywizny, w których wartości krzywizny osiągają wartości ekstremalne. Odpowiadają one również kierunkom głównym naprężeń oraz odkształceń.

Promienie krzywizny zależą od kształtu powłok osiowosymetrycznych i dla typowych kształtów podane są w poniższej tabeli:

**Tabela 1.** Promienie krzywizny w kierunku obwodowym i równoleżnikowym dla powłok

Kształt powłoki	Promień krzywizny w kierunku południkowym	Promień krzywizny w kierunku równoleżnikowym	Oznaczenia
Cylindryczna	$\rho_p = \infty$	$\rho_T = R$	$R$ – promień walca
Sferyczna	$\rho_p = R$	$\rho_T = R$	$R$ – promień kuli
Stożkowa	$\rho_p = \infty$	$\rho_T = \frac{r}{\cos \alpha}$	$r$ – promień wodzący $\alpha$ - połowa kąta rozwarcia
Wypukła	$+\infty > \rho_p > 0$	$\rho_T > 0$	
Wklęsła	$-\infty < \rho_p < 0$	$\rho_T > 0$	

W przypadku, gdy jeden z promieni krzywizny powłoki jest nieskończony (np. powłoka cylindryczna), naprężeń działających w danym kierunku nie da się wyznaczyć z równania Laplace'a. W takim przypadku naprężenia oblicza się z bilansu sił działających w przekroju zorientowanym zgodnie z danym kierunkiem. Z bilansu siły osiowej dla powłoki cylindrycznej otrzymuje się następujący wzór:

$$\sigma_p = \frac{\pi R^2 p_0}{2R\pi\delta} = \frac{p_0 R}{2\delta} \quad (2)$$

gdzie  $R$  to promień powłoki,  $p_0$  to ciśnienie we wnętrzu powłoki, a  $\delta$  to grubość powłoki.

### Zadania

- Zaprojektować cienkościenny zbiornik ciśnieniowy do magazynowania 1 m<sup>3</sup> gazu pod ciśnieniem 2 MPa. Materiał zbiornika: stal (granica plastyczności 200 MPa, współczynnik bezpieczeństwa 3). Kształt zbiornika:
  - kulisty,
  - walcowy z kulistymi dennicami (wysokość części walcowej równa jej średnicy wewnętrznej),
  - walcowy ze stożkowymi dennicami (wysokość części walcowej równa jej średnicy wewnętrznej; kąt rozwarcia stożka 90°).

### Literatura i materiały dodatkowe

- M. Bijak-Żochowski, A. Jaworski, G. Krzesiński, T. Zagrajek, *Mechanika materiałów i konstrukcji*, Tom 2, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013 (Część III: Rozdział 2, Rozdział 3).
- Structurefree, *Pressure Vessel Example - Mechanics of Materials* <https://youtu.be/p9FnutZc0l4?list=PLCBF826FE563C57B0>.